



نکته و تست

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

مبانی نظریه محاسبات

- میکروطبقه‌بندی موضوعی تست‌های اصلی کنکور
- حل تشریحی کامل، دقیق و گام‌به‌گام
- کنکور ارشد مهندسی کامپیوتر ۱۳۸۰ تا ۱۴۰۴
- کنکور ارشد علوم کامپیوتر ۱۳۸۰ تا ۱۴۰۴

مؤلف: ابوالفضل گیلک

مقدمه مؤلف

یکی از گام‌های اساسی و حیاتی برای موفقیت در آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری، تسلط بر شیوه طرح سؤالات و ظرایف آن‌هاست. بررسی و تحلیل تست‌های سال‌های گذشته، ابزاری ارزشمند برای دستیابی به این هدف است زیرا:

۱. **شناخت موضوعات پر اهمیت:** با سرفصل‌های مهم و مورد توجه طراحان سؤال آشنا می‌شوید.
 ۲. **آشنایی با روند طرح سؤال:** روند و الگوهای تکراری در گزینش تست‌ها برای شما مشخص می‌شود و می‌توانید بر مباحثی که احتمال طرح سؤال از آن‌ها بیشتر است، تمرکز کنید. معمولاً تست‌های هر سال به تست‌های چند سال گذشته همبستگی معناداری دارد.
 ۳. **سنجش تسلط:** میزان تسلط خود را بر مفاهیم اصلی و فرعی هر درس را به صورت دقیق ارزیابی می‌کنید تا نقاط ضعف و قوت شما مشخص شود.
- بر همین اساس، کتاب **نکته و تست نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها (مبانی نظریه محاسبات)** با هدف ارائه یک منبع کامل و مطمئن برای داوطلبان این آزمون‌ها تدوین شده است.

ویژگی‌های مهم کتاب:

- **جامعیت در تست‌ها:** ارائه تمامی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر (از سال ۱۳۸۰ تا ۱۴۰۴)، کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر (از سال ۱۳۸۰ تا ۱۴۰۴) و دکتری مهندسی کامپیوتر (از سال ۱۳۹۰ تا ۱۴۰۴).
 - **دسته‌بندی دقیق:** طبقه‌بندی کامل و میکرو طبقه‌بندی تست‌ها بر اساس سرفصل‌ها و مباحث فرعی درس. این ساختار به تثبیت کامل مطالب در ذهن خواننده کمک می‌کند.
 - **راه حل‌های تشریحی:** ارائه راه‌حل‌های کامل، دقیق و گام به گام برای تمامی تست‌ها.
 - **شکل‌های گویا:** استفاده از اشکال دقیق و مفهومی برای درک بهتر راه‌حل‌ها.
- این ویژگی‌ها و دقت در جزئیات، کتاب را به یک ابزار کارآمد برای یادگیری عمیق و تسلط بر مفاهیم پیچیده نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها (مبانی نظریه محاسبات) تبدیل کرده است.
- لازم می‌دانم از تمامی عزیزانی که در این مسیر راهنما و یاری‌کننده‌ام بوده‌اند، صمیمانه قدردانی کنم، به ویژه از دکتر خلیلی فر گرانقدر، مدیر مسئول انتشارات بابان، که بدون حمایت‌ها و راهنمایی‌هایشان، این کتاب به سرانجام نمی‌رسید.
- بی‌شک تنها دلیل به سرانجام رسیدن این کتاب، لطف، عنایت و هدایت پروردگارم بوده است و این امر، تجلی اراده اوست. امیدوارم تلاش‌های صورت گرفته مورد رضایت حضرتش قرار گرفته باشد.
- در نهایت، این کتاب را به همسر، دخترم و همچنین پدر و مادر عزیزم تقدیم می‌کنم.

فیلم‌های آموزشی استاد ابوالفضل گیلک

- ریاضیات گسسته
 - ساختمان داده و طراحی الگوریتم
 - نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها
 - هوش مصنوعی
 - آمار و احتمال مهندسی
 - مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها
-

جهت تهیه فیلم‌های آموزشی به سایت **موسسه بابان**
به آدرس **BabanAcademy.com** مراجعه نمایید.

فهرست مطالب

۷.....	تست‌های فصل اول: مفاهیم پایه.....
۱۱.....	پاسخ تست‌های فصل اول: مفاهیم پایه.....
۱۵.....	تست‌های فصل دوم: ماشین‌های متناهی.....
۲۲.....	پاسخ تست‌های فصل دوم: ماشین‌های متناهی.....
۳۱.....	تست‌های فصل سوم: زبان‌ها و گرامرهای منظم.....
۳۹.....	پاسخ تست‌های فصل سوم: زبان‌ها و گرامرهای منظم.....
۴۹.....	تست‌های فصل چهارم: ویژگی‌های زبان‌های منظم.....
۵۵.....	پاسخ تست‌های فصل چهارم: ویژگی‌های زبان‌های منظم.....
۶۳.....	تست‌های فصل پنجم: زبان‌های مستقل از متن.....
۷۱.....	پاسخ تست‌های فصل پنجم: زبان‌های مستقل از متن.....
۸۱.....	تست‌های فصل ششم: ساده‌سازی گرامرهای مستقل از متن.....
۸۴.....	پاسخ تست‌های فصل ششم: ساده‌سازی گرامرهای مستقل از متن.....
۸۷.....	تست‌های فصل هفتم: ماشین‌های پشته‌ای.....
۹۶.....	پاسخ تست‌های فصل هفتم: ماشین‌های پشته‌ای.....
۱۰۵.....	تست‌های فصل هشتم: خصوصیات بستاری زبان‌های مستقل از متن.....
۱۱۴.....	پاسخ تست‌های فصل هشتم: خصوصیات بستاری زبان‌های مستقل از متن.....
۱۲۵.....	تست‌های فصل نهم: ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها.....
۱۴۰.....	پاسخ تست‌های فصل نهم: ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها.....
۱۵۵.....	تست‌های فصل دهم: تصمیم‌ناپذیری و کاهش‌پذیری.....
۱۶۰.....	پاسخ تست‌های فصل دهم: تصمیم‌ناپذیری و کاهش‌پذیری.....

فصل ۱

مفاهیم پایه

۱- زبان $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ را در نظر بگیرید. برای تولید این زبان گرامر زیر پیشنهاد شده است (S متغیر شروع و a تنها حرف الفبا است)

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۱)

$G : S \rightarrow [Ra] \mid a$
 $Ra \rightarrow aaR$
 $aL \rightarrow La$
 $aH \rightarrow ?a$
 $R] \rightarrow L] \mid H$
 $[L \rightarrow [R$
 $[? \rightarrow \varepsilon$

کدام گزینه در خصوص نوع گرامر بالا و عبارتی که بایستی به جای ؟ قرار گیرد، درست است؟

- (۱) نوع صفر (بدون محدودیت) - R
 (۲) نوع یک (حساس به متن) - [R
 (۳) نوع صفر (بدون محدودیت) - H
 (۴) نوع یک (حساس به متن) - aH

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۱)

۲- گرامر روبرو کدام یک از زبان‌های زیر را توصیف می‌کند؟

$S \rightarrow aSd \mid A \mid B$
 $A \rightarrow aAc \mid C$
 $B \rightarrow bBd \mid C$
 $C \rightarrow bCc \mid \varepsilon$

$$L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m+n=p+q\} \quad (۱)$$

$$L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m+p=n+q\} \quad (۲)$$

$$L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m+n+p=q\} \quad (۳)$$

$$L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m=q \text{ and } n=p\} \quad (۴)$$

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۰)

۳- گرامر زیر چه زبانی را تولید می‌کند؟ (ε بیانگر رشته تهی است)

$G : S \rightarrow S_1 B$
 $S_1 \rightarrow aS_1 b$
 $bB \rightarrow bbbB$
 $aS_1 b \rightarrow aa$
 $B \rightarrow \varepsilon$

$$L(G) = \{a^{n+1} b^{n+k} \mid n \geq 1, k = -1, 1, 3, 5, \dots\} \quad (۱)$$

$$L(G) = \{a^n b^{n+2k} \mid n \geq 2, k = 0, 1, 2, \dots\} \quad (۲)$$

$$L(G) = \{a^{n+1} b^{n+k} \mid n \geq 1, k \geq 0\} \quad (۳)$$

$$L(G) = \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 0\} \quad (۴)$$

(مهندسی کامپیوتر - ۹۹)

۴- زبان‌های $L_1 = \emptyset$ و $L_2 = \{a\}$ را در نظر بگیرید. پاسخ $L_1 L_2^* \cup L_1^*$ برابر با کدام مورد است؟

- (۱) $\emptyset$ (۲) a^* (۳) $\{\varepsilon\}$ (۴) $\{\varepsilon, a\}$

(مهندسی کامپیوتر - ۹۸ و ۹۹)

۵- زبان $L = \{ab, aa, baa\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از رشته‌های زیر در L^* وجود دارند؟

- (الف) abaabaaabaa (ب) aaaabaaaa (ج) baaaaabaaaaab (د) baaaaaabaa
 (۱) الف، ب و ج (۲) الف، ب و د (۳) الف، ج و د (۴) ب، ج و د

۶- فرض کنید ε بیانگر رشته تهی و $n_a(w)$ بیانگر تعداد a و در رشته w باشد. زبان گرامر زیر کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر - ۹۶)

$G : S \rightarrow ABSa \mid \varepsilon$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b \mid bb$
 $AB \rightarrow BA$

$$L(G) = \{w = a^k b^m a^k : k \leq m \leq 2k\} \quad (۱)$$

$$L(G) = \{wa^k : w \in (a+b)^* : n_a(w) = k \text{ and } k \leq n_b(w) \leq 2k\} \quad (۲)$$

$$L(G) = \{w \in (a+b)^* : n_a(w) = 2k \text{ and } k \leq n_b(w) \leq 2k\} \quad (۳)$$

$$L(G) = \{wa^k : w \in (a+b)^* : n_a(w) = k \text{ and } (n_b(w) = k \text{ or } n_b(w) \leq 2k)\} \quad (۴)$$

۷- گرامر زیر چه زبانی را تولید می‌کند؟ (λ نمایانگر رشته به طول صفر است و در تمام گزینه‌ها $m, n, k, k_1, k_2 \geq 0$)

(مهندسی کامپیوتر - ۹۵)

$$G : S \rightarrow aSa | B | \lambda$$

$$Ba \rightarrow bbBaa$$

$$aB \rightarrow aaBbbb$$

$$B \rightarrow \lambda$$

$$L(G) = \{a^n b^{2n} a^{2n}\} \cup \{a^{2n} b^{3n} a^n\} \quad (۱)$$

$$L(G) = \{a^n b^{2k} a^{n+k}\} \cup \{a^{n+k} b^{3k} a^n\} \quad (۲)$$

$$L(G) = \{a^n b^{2k} a^{n+2k}\} \cup \{a^{n+2k} b^{3k} a^n\} \quad (۳)$$

$$L(G) = \{a^{n+k_1} b^m a^{n+k_2} : 2k_1 \leq m \leq 3k_2\} \quad (۴)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۵)

۸- کدام گزینه گرامر زیر را برای تولید زبان $L = \{ww : w \in \{a,b\}^*\}$ کامل می‌کند؟

$$S \rightarrow AS | BS | C$$

$$C \rightarrow \lambda$$

$$BC \rightarrow CB'b$$

$$AC \rightarrow CA'a$$

$$bB' \rightarrow B'b$$

$$bA' \rightarrow A'b$$

$$aB' \rightarrow B'a$$

$$aA' \rightarrow A'a$$

$$A' \rightarrow a, CA' \rightarrow Ca \quad (۱)$$

$$CB' \rightarrow Cb, CA' \rightarrow Ca \quad (۲)$$

$$A' \rightarrow a, B' \rightarrow b \quad (۳)$$

$$CB' \rightarrow bC, CA' \rightarrow aC \quad (۴)$$

(مهندسی کامپیوتر - ۹۴)

۹- کدام عبارت در مورد گرامر زیر صحیح است؟

$$S \rightarrow SBA | a$$

$$BA \rightarrow AB$$

$$aA \rightarrow aaB$$

$$B \rightarrow b$$

(۱) یک زبان حساس به متن و غیر مستقل از متن را معرفی می‌کند.

(۲) یک زبان مستقل از متن و غیرخطی را معرفی می‌کند.

(۳) یک زبان مستقل از متن و خطی را معرفی می‌کند.

(۴) قادر به تولید هیچ رشته‌ای نیست.

۱۰- کدام گزینه گرامر $\langle S \rightarrow aB | bA | \lambda \rangle$ را برای زبان $L \subseteq \{a,b\}^*$ که هر عضو آن دارای تعداد برابری a و b است کامل می‌کند؟

(علوم کامپیوتر - ۹۴)

$$A \rightarrow aS, B \rightarrow bS \quad (۲)$$

$$A \rightarrow aS | Sa | \lambda, B \rightarrow bS | Sb | \lambda \quad (۴)$$

$$A \rightarrow SaS, B \rightarrow SbS \quad (۱)$$

$$A \rightarrow aS | Sa, B \rightarrow bS | Sb \quad (۳)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۱)

۱۱- فرض کنید L, M و N زبان‌هایی با الفبای $\Sigma = \{0,1\}$ باشند. کدام گزینه درست است؟

$$LM \cap LN \subseteq L.(M \cap N) \quad (۲)$$

$$(M \cap N).L = L.(M \cap N) \quad (۴)$$

$$LM \cap LN = L.(M \cap N) \quad (۱)$$

$$L.(M \cap N) \subseteq LM \cap LN \quad (۳)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۰)

۱۲- اگر L یک زبان روی مجموعه الفبای Σ باشد، کدام یک نمایشی برای $(L^R)^n$ است؟

$$\{(w^R)^n : w \in L\} \quad (۲)$$

$$\{w_1 w_2 \dots w_n : w_i \in L\} \quad (۴)$$

$$\{(w^n)^R : w \in L\} \quad (۱)$$

$$\{w_n^R w_{n-1}^R \dots w_1^R : w_i \in L\} \quad (۳)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۰)

۱۳- کدام گزینه در مورد تقسیم دو زبان L و L' با تعریف زیر درست نیست؟

$$L / L' = \{x \mid \exists y (xy \in L \text{ and } y \in L')\}$$

- (۱) اگر $\lambda \in L'$ باشد آنگاه، $L \subseteq L/L'$ خواهد بود. (۲) اگر $L/L' = \emptyset$ باشد آنگاه، $L = \emptyset$ یا $L' = \emptyset$ خواهد بود. (۳) اگر $L \cap L' \neq \emptyset$ باشد آنگاه، $\lambda \in L/L'$ خواهد بود. (۴) اگر $L' = \emptyset$ باشد آنگاه، $L/L' = \emptyset$ خواهد بود.
- ۱۴- اگر $\Sigma = \{a, b, c\}$ و $L - \Sigma^* = \emptyset$ باشد، آنگاه L کدام یک از زبان‌های زیر می‌تواند باشد؟ (مهندسی کامپیوتر - ۸۶)
- (۱) فقط I (۲) فقط IV (۳) فقط I و III (۴) I, II, III و IV
- ۱۵- برای زبان داده شده $L \subseteq \Sigma^*$ فرض کنید $L \cap L\Sigma^+ = \emptyset$ ، کدام گزاره غلط است؟ (علوم کامپیوتر - ۸۷)
- (۱) L می‌تواند زبان تهی باشد. (۲) L حتماً زبانی منظم است. (۳) اگر $\lambda \in L$ آنگاه $L = \{\lambda\}$ (۴) $L \cap L\Sigma^+ = \emptyset$ نیز داریم
- ۱۶- اگر $L \subseteq \Sigma^*$ داده شده باشد، شرط $L \cap L\Sigma^+ = \emptyset$ با کدام گزاره معادل است؟ (علوم کامپیوتر - ۸۷)
- (۱) $x, xy \in L \Rightarrow x = \lambda$ (۲) $x, xy \in L \Rightarrow y = \lambda$ (۳) $y, yx^2 \in L \Rightarrow x = \lambda$ (۴) $y, yx^2 \in L \Rightarrow y = \lambda$
- ۱۷- گرامر زیر چه زبانی را تولید می‌کند؟ (λ نمایانگر رشته‌ی تهی است). (مهندسی کامپیوتر - ۸۴)
- (۱) $L(G) = \{a^{n+2}b^{3n} \mid n \geq 0\}$ (۲) $L(G) = \{a^n b^{n+2k} \mid n \geq 2, k \geq 0\}$ (۳) $L(G) = \{a^{n+2}b^{n+2k} \mid n, k \geq 0\}$ (۴) $L(G) = \{a^{n+1}b^{n+k} \mid n \geq 1, k \geq 0\}$
- ۱۸- اگر L زبانی با الفبای Σ باشد ($L \subseteq \Sigma^*$) و بدانیم که $L^2 \subseteq L$ ، آنگاه: (علوم کامپیوتر - ۸۲)
- (۱) L حتماً زبانی متناهی است. (۲) برای هر $n \geq 2$ ، $L^n \subseteq L$ (۳) L حتماً زبانی نامتناهی است. (۴) $L = \emptyset$
- ۱۹- فرض کنید A ، B و C زبان‌هایی هستند که روی یک الفبا تعریف می‌شوند کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟ (علوم کامپیوتر - ۸۰)
- (۱) $(A \cap B)^* = (A^*) \cap (B^*)$ (۲) $(A \cap B).C = (A.C) \cap (B.C)$ (۳) $(A^* \cup B^*).C^* = (A^*.C^*) \cup (B^*.C^*)$ (۴) $(A \cup B)^* = (A^*) \cup (B^*)$
- ۲۰- زبان گرامر زیر چیست؟ (مهندسی کامپیوتر - ۷۸)
- (۱) $L = \{w \mid w = a^n b^m c^n d^m, n, m > 0\}$ (۲) $L = \{w \mid w = a^n b^m c^m d^n, n, m > 0\}$ (۳) $L = \{w \mid w = a^n b^n c^n d^n, n > 0\}$ (۴) هیچ کدام
- ۲۱- کدام گزینه زبان $L_1 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, |w| \bmod 3 \geq 1\}$ را برحسب زبان‌های زیر بیان می‌کند؟ (علوم کامپیوتر - ۹۶)
- (۱) $L_1 = L_4^* L_2 \cup L_3$ (۲) $L_1 = L_4^* L_2 L_3$ (۳) $L_1 = L_4^* L_2 \cup L_4^* L_3$ (۴) $L_1 = L_4^* L_2 L_3^*$
- $L_2 = \{a, b\}$ ، $L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$
 $L_4 = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$

(علوم کامپیوتر - ۹۶)

۲۲- عملگر Unary روی زبان L به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Unary}(L) = \{1^{|w|} \mid w \in L\}$$

حال زبان‌های L_1 و L_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید $(\Sigma = \{0,1\})$.

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{تعداد صفر با تعداد یک در رشته } w \text{ برابر است}\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{تعداد صفر با تعداد یک در رشته } w \text{ برابر نیست}\}$$

$$\text{Unary}(L_2) = 1^+ \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^* \quad (۲) \quad \text{Unary}(L_2) = 1^* \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^+ \quad (۱)$$

$$\text{Unary}(L_2) = 1^* \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^* \quad (۴) \quad \text{Unary}(L_2) = 1^+ \quad \text{Unary}(L_1) = (11)^+ \quad (۳)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۷)

۲۳- رابطه بازگشتی زیر چه زبانی را توضیح می‌دهد؟

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\lambda \in L \quad \forall x \in L \Rightarrow axab \in L, \quad bx \in L$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid x = (ba)^n(ab)^n\} \quad (۲)$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid x = w(ab)^{n_a(w)}, w \in \Sigma^*\} \quad (۴)$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid \Sigma^n(ab)^n\} \quad (۱)$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid x = a^n b^* (ab)^n\} \quad (۳)$$

۲۴- با این شرط که

$$\lambda \in L, \quad \forall x, y \in L \quad (axby, bxay \in L)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۸)

زبان L کدام است؟ $(n_a(x): \text{تعداد کاراکتر } a \text{ در رشته } x)$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid n_a(x) = n_b(x) \quad x \in \{a^+b^+\}\} \quad (۲)$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid n_a(x) = n_b(x)\} \quad (۱)$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid n_a(x) = n_b(x) \quad x \in \{a^+b^+, b^+a^+\}\} \quad (۴)$$

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid n_a(x) = n_b(x) \quad x \in \{b^+a^+\}\} \quad (۳)$$

(علوم کامپیوتر - ۹۹)

۲۵- فرض کنید $L = (01^*01^+)^*$ و $L' = ((0+00)1^+)^*$ کدام گزینه درست است؟

$$L' \subset L, L \subset L' \quad (۴)$$

$$L' \subset L \quad (۳)$$

$$L \subset L' \quad (۲)$$

$$L = L' \quad (۱)$$

پاسخ تست‌های فصل اول: مفاهیم پایه

۱- گزینه (۳) صحیح است.

در گرامر حساس به متن برای هر قاعده $u \rightarrow v$ باید داشته باشیم: $|u| \leq |v|$. این محدودیت در قاعده $R \rightarrow H$ نقض شده، بنابراین گرامر داده شده حساس به متن نیست و گرامری بدون محدودیت است؛ پس گزینه‌های ۲ و ۴ رد شدند. با مطالعه گرامر داده شده متوجه می‌شویم برای پایان دادن به تولید رشته a^{2^n} لازم است متغیر H بتواند از انتهای سمت راست به انتهای سمت چپ برود ($aH \rightarrow Ha$) و سپس با قاعده $[H \rightarrow \varepsilon]$ به تولید رشته خاتمه دهیم. پس گزینه ۳ صحیح است. برای مثال مراحل تولید رشته‌های $aa \in L$ و $aaaa \in L$ چنین است:

$$S \Rightarrow [Ra] \Rightarrow [aaR] \Rightarrow [aaH] \Rightarrow [aHa] \Rightarrow [Haa] \Rightarrow aa$$

$$S \Rightarrow [Ra] \Rightarrow [aaR] \Rightarrow [aaL] \Rightarrow [aLa] \Rightarrow [Laa] \Rightarrow [Raa] \Rightarrow [aaRa] \Rightarrow [aaaaR] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [aaaaH] \Rightarrow [aaaaHa] \Rightarrow [Haaaa] \Rightarrow aaaaa$$

۲- گزینه (۱) صحیح است.

با شروع از S و m بار به کارگیری قاعده بازگشتی $S \rightarrow aSd$ شبه جمله $a^m S d^m$ به دست می‌آید در ادامه می‌توان $S \rightarrow A$ یا $S \rightarrow B$ را جایگزین کرد و با ادامه هر کدام به نوعی از رشته‌های عضو $L(G)$ می‌رسیم:

$$S \xRightarrow{*} a^m S d^m \Rightarrow a^m A d^m \xRightarrow{*} a^m a^n A c^n d^m \Rightarrow a^m a^n C c^n d^m \xRightarrow{*} a^m a^n b^k c^k c^n d^m$$

$$S \xRightarrow{*} a^m S d^m \Rightarrow a^m B d^m \xRightarrow{*} a^m b^n B d^n d^m \Rightarrow a^m b^n C d^n d^m \xRightarrow{*} a^m b^n b^k c^k d^n d^m$$

پس رشته‌های $L(G)$ به فرم‌های $a^{m+n+k} b^k c^k d^{m+n}$ و $a^{n+m+k} b^k c^{n+k} d^m$ هستند. می‌توان همه آنها را به این شکل معرفی کرد:

$$L(G) = \{a^m b^n c^p d^q \mid m+n=p+q\}$$

۳- گزینه (۱) صحیح است.

با شروع از متغیر S و استفاده از قواعد اشتقاق مجموعه رشته‌های قابل تولید توسط این گرامر برابر زبان زیر است:

$$L(G) = \{a^{m+2} b^{m+2p} \mid m, p \geq 0\}$$

با فرض $n = m+1$ و $k = 2p-1$ ، این مجموعه را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد:

$$L(G) = \{a^{m+1+1} b^{m+1+2p-1} \mid m, p \geq 0\} = \{a^{n+1} b^{n+k} \mid n \geq 1, k = -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

۴- گزینه (۳) صحیح است.

بستار مجموعه تهی فقط شامل رشته تهی است. الحاق تهی در هر مجموعه دیگر تهی است. از آنجا که $L_1 = \emptyset$ و $L_2 = \{a\}$ داریم:

$$L_1 L_2^* \cup L_1^* = \emptyset, \{a\}^* \cup \emptyset^* = \{a^n : n \geq 0\} \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}$$

۵- گزینه (۲) صحیح است.

با توجه به اعضای L ، رشته‌های (الف)، (ب) و (د) به مجموعه L^* تعلق دارند:

الف: $ab \ aa \ baa \ ab \ aa$ ب: $aa \ aa \ baa \ aa$ د: $baa \ aa \ ab \ aa$

اما تولید رشته (ج) با تعدادی متناهی از رشته‌های عضو L امکان ندارد. پس این رشته عضو L^* نیست.

۶- گزینه (۲) صحیح است.

(صورت سوال ناقص اما پاسخ روشن است). قاعده بازگشتی $S \rightarrow ABSa^k$ شبه رشته‌های $(AB)^k Sa^k$ را تولید می‌کند. با جایگزینی تهی به جای S به شبه رشته‌های $(AB)^k a^k$ می‌رسیم. قاعده $AB \rightarrow BA$ (به همراه قاعده $BA \rightarrow AB$ که طراح آن را جا انداخته است) امکان جابجایی این دو متغیر با هم را می‌دهد. تا اینجا کار داریم:

$$wa^k : w \in (A+B)^*, n_A(w)=k, n_B(w)=k$$

سپس هر A دقیقاً به یک a تبدیل می‌شود و هر B به یک یا دو b تبدیل می‌شود پس این رشته‌ها تولید می‌شوند:

$$wa^k : w \in (a+b)^*, n_a(w)=k, k \leq n_b(w) \leq 2k$$

پس گزینه ۲ تنها گزینه قابل قبول است.

روش دوم:

رشته b^4a^4 توسط گرامر تولید می‌شود ولی به زبان گزینه ۱ تعلق ندارد. رشته ba^2b به زبان گزینه ۳ تعلق دارد ولی این رشته توسط گرامر داده شده تولید نمی‌شود. رشته $ababbbaa$ توسط گرامر تولید می‌شود ولی به زبان گزینه ۴ تعلق ندارد؛ پس گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ رد می‌شوند؛ و با رد گزینه‌ها به گزینه ۲ می‌رسیم. اما به گزینه ۲ نیز می‌توان ایراد گرفت. مثلاً رشته $a^2b^4a^2$ به زبان گزینه ۲ تعلق دارد ولی توسط گرامر تولید نمی‌شود. روشن است که طراح قاعده $BA \rightarrow AB$ را جا انداخته است. اگر قاعده $BA \rightarrow AB$ نیز به قواعد گرامر اضافه شود پاسخ گزینه ۲ می‌شود.

۷- گزینه (۲) صحیح است.

با شروع از S و چند مرحله اشتقاق داریم:

$$S \Rightarrow aSa \Rightarrow a^2Sa^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow a^nSa^n \Rightarrow a^nBa^n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^n b^2 b a a^n \Rightarrow a^n b^4 b a^2 a^n \Rightarrow \dots \Rightarrow a^n b^{2k} B a^k a^n \Rightarrow a^n b^{2k} a^{n+k} \\ a^n a B b^3 a^n \Rightarrow a^n a^2 B b^6 a^n \Rightarrow \dots \Rightarrow a^n a^k B b^{3k} a^n \Rightarrow a^{n+k} b^{3k} a^n \end{cases}$$

لذا $L(G)$ برابر مجموعه $\{a^n b^{2k} a^{n+k} : n \geq 0, k \geq 0\} \cup \{a^{n+k} b^{3k} a^n : n \geq 1, k \geq 0\} \cup \{\lambda\}$ است؛ پس گزینه ۲ صحیح است. توصیف دقیق‌تر $L(G)$ به این صورت است:

$$L(G) = \{a^n b^{2k} a^{n+k} : n \geq 1, k \geq 0\} \cup \{a^{n+k} b^{3k} a^n : n \geq 1, k \geq 0\} \cup \{\lambda\}$$

۸- گزینه (۴) صحیح است.

روش سریع‌تر، رد گزینه‌های غلط است. برخی از رشته‌های عضو $L(G)$ عبارتند از: $L(G) = \{\lambda, aa, bb, abab, baba, \dots\}$ با افزودن قواعد گزینه ۱ رشته bb تولید نمی‌شود. در واقع این گزینه قاعده اشتقاقی برای پایان دادن به B' ندارد و مولد زبان داده شده نیست. اضافه کردن قواعد گزینه ۲ یا گزینه ۳ باعث تولید رشته‌هایی مانند $aabb$ می‌شود که به زبان L تعلق ندارند. با رد گزینه‌های غلط به گزینه ۴ می‌رسیم که صحیح است.

۹- گزینه (۳) صحیح است.

$L(G)$ تهی نیست به عنوان مثال رشته a توسط این گرامر تولید می‌شود؛ پس گزینه ۴ نادرست است. گرامر داده شده حساس به متن است ولی مستقل از متن نیست. البته در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نوع گرامر را نخواسته بلکه به نوع زبان اشاره شده است؛ پس باید زبان $L(G)$ را به دست آوریم و ببینیم به کدام خانواده از زبان‌ها تعلق دارد. با استفاده از قواعد تولید داریم:

$$S \Rightarrow SBA \Rightarrow S(BA)^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow S(BA)^n \Rightarrow a(BA)^n \xrightarrow{*} aA^n B^n \xrightarrow{*} a^n ab^{2n}$$

پس $L(G) = \{a^n ab^{2n} : n \geq 0\}$ است. با توجه به رابطه بین توان‌ها، این زبان منظم نیست اما با گرامر خطی قابل تولید است پس یک زبان خطی و نامنظم است. هر زبان خطی، مستقل از متن است؛ پس گزینه ۳ صحیح است. در صورت سوال برای زبانی که می‌تواند با گرامر مستقل از متن خطی تولید شود، یک گرامر قوی‌تر (گرامر حساس به متن) استفاده شده است.

۱۰- گزینه (۱) صحیح است.

گرامرهای معروف برای تولید زبان $L = \{w \in (a+b)^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$ را می‌شناسیم. یکی از آنها گرامر $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \lambda$ است. اگر قواعد تولید گزینه ۱ را به قواعد تولید صورت سوال اضافه کنیم با جانشانی A و B به گرامر $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \lambda$ می‌رسیم که مطلوب ماست. سایر گزینه‌ها همه رشته‌های L را تولید نمی‌کنند. از طرفی گزینه ۴ رشته‌های a و b را نیز تولید می‌کند که عضو L نیستند.

۱۱- گزینه (۳) صحیح است.

الحاق در اشتراک پخش نمی‌شود یعنی $L(M \cap N)$ با $LM \cap LN$ برابر نیست بلکه زیرمجموعه آن است. به عنوان مثال اگر $L = \{\lambda, l, 1l\}$ ، $M = \{l\}$ و $N = \{\lambda, 00\}$ آنگاه:

$$LM = \{1, 11, 111\}, LN = \{\lambda, 1, 11, 00, 100, 1100\} \Rightarrow LM \cap LN = \{1, 11\}$$

$$M \cap N = \emptyset \Rightarrow L(M \cap N) = L\emptyset = \emptyset$$

۱۲- گزینه (۴) صحیح است.

$$w_1, w_2, \dots, w_n \in L \Rightarrow (w_1^R w_2^R \dots w_n^R)^R = w_n w_{n-1} \dots w_1 \in L^n$$

زبان $(L^R)^n$ برابر با L^n است زیرا:

۱۳- گزینه (۲) صحیح است.

درست است که در صورت تهی بودن یکی از زبان‌ها، خارج قسمت نیز تهی می‌شود اما عکس این مطلب درست نیست. برای زبان‌های $L = \{a, ba, baa\}$ و $L' = \{b\}$ ، هیچکدام از اعضای L' پسوند عضوی از L نیستند. پس L/L' برابر $\emptyset$ است در حالی که L و L' هیچکدام تهی نیستند. درستی سایر گزینه‌ها در متن درس گفته شده است.

۱۴- گزینه (۴) صحیح است.

برای هر جفت مجموعه A و B داریم: $A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subseteq B$

Σ^* مجموعه تمامی رشته‌ها روی الفبای Σ است و برای هر زبان L داریم: $L \subseteq \Sigma^*$. بنابراین برای هر چهار زبان داده شده $\Sigma^* - L$ برابر $\emptyset$ است؛ پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۵- گزینه (۲) صحیح است.

گزینه ۱ جمله درستی است اگر L تهی باشد $L \cap L \Sigma^+ = L$ نیز تهی است.

اگر به $L \cap L \Sigma^+$ دقت کنید متوجه می‌شوید این مجموعه به شرطی ناتهی است که برخی از اعضای L پیشوند محض دیگری باشند. پس تهی بودن این اشتراک، به این معناست که هیچکدام از اعضای L پیشوند محض عضو دیگر نیستند. حالا درستی گزینه ۳ با برهان خلف ثابت می‌شود:

فرض کنیم $\lambda \in L$ باشد. ثابت کنیم L عنصر دیگری ندارد. اگر عنصر دیگری داشته باشد رشته ناتهی u وجود دارد که: $\lambda \in L$ و $u \in L$. در این صورت داریم $u \in L$ و $u = \lambda u \in L \Sigma^+$ پس $u \in L \cap L \Sigma^+$ که تناقض است زیرا طبق فرض این اشتراک تهی بود. درستی گزینه ۴ واضح است: چون $L \cap L \Sigma^+ = L$ تهی است پس $L - L \Sigma^+ = L$ یعنی L' همان L است.

اما گزینه ۲ حکم نادرستی است. زبان L لزوماً منظم نیست. برای مثال L می‌تواند زبان نامنظم $\{a^n b^n : n \geq 1\}$ باشد. در این زبان هیچ رشته‌ای پیشوند محض دیگری نیست و در نتیجه $L \cap L \Sigma^+ = L$ تهی است.

۱۶- گزینه (۲) صحیح است.

برای این که اشتراک زبان L و $L \Sigma^+$ تهی باشد هیچ رشته‌ای در زبان L نباید پیشوند محض رشته دیگر باشد. به عبارتی اگر $x \in L$ و $xy \in L$ آنگاه x باید همان xy باشد. یعنی باید $y = \lambda$ باشد. این همان گزینه ۲ است.

با استفاده از مثال نقض نیز می‌توان نشان داد که سایر گزینه‌ها نادرست هستند. برای مثال شرط داده شده در گزینه ۴ در مورد زبان $L = \{a, ab\}$ به انتفای مقدم برقرار است ولی $L \cap L \Sigma^+ \neq \emptyset$ است.

نکته: شرط $L \cap L \Sigma^+ = \emptyset$ هم‌ارز است با این که هیچ رشته‌ای در زبان L نباید پیشوند رشته دیگری از زبان L باشد به تعبیری باید داشته باشیم: $x, xy \in L \rightarrow y = \lambda$.

به طور مشابه، شرط $L \cap L \Sigma^+ = L$ هم‌ارز است با این که هیچ رشته‌ای در زبان L نباید پسوند رشته دیگری از زبان L باشد به تعبیری باید داشته باشیم: $x, yx \in L \rightarrow y = \lambda$.

۱۷- گزینه (۳) صحیح است.

با شروع از S_1 می‌توان رشته‌های $\{a^{n+2}b^n : n \geq 0\}$ را تولید کرد. با شروع از B می‌توان رشته‌های $\{b^{2k} : k \geq 0\}$ را تولید کرد. با جانشانی در قاعده $S \rightarrow S_1 B$ زبان تولید شده توسط این گرامر، الحاق دو مجموعه فوق است: $L(G) = \{a^{n+2}b^{n+2k} \mid n, k \geq 0\}$.

۱۸- گزینه (۲) صحیح است.

با مثال نقض می‌توان گزینه‌های نادرست را رد کرد. به عنوان مثال برای رد گزینه ۱ و گزینه ۴ کافی است زبان L برابر مجموعه نامتناهی $\{a^{2k} : k \geq 0\}$ در نظر گرفته شود. برای رد گزینه ۳ کافی است زبان L برابر مجموعه متناهی $\{\lambda\}$ یا $\emptyset$ در نظر گرفته شود.

گزینه ۲ قابل اثبات است. اگر $L_1 \subseteq L_2$ باشد برای هر زبان L_3 خواهیم داشت $L_3 L_1 \subseteq L_3 L_2$ و $L_1 L_3 \subseteq L_2 L_3$.
طبق فرض $L^2 \subseteq L$ در نتیجه: $LL^2 \subseteq LL$ یعنی $L^2 \subseteq L^3$ به همین ترتیب: $L^4 \subseteq L^3$ و با استقراء داریم:

$$\forall n \geq 2 \quad L^n \subseteq L^{n-1} \subseteq \dots \subseteq L$$

۱۹- گزینه (۳) صحیح است.

الحاق روی اجتماع توزیع پذیر است. پس گزینه ۳ درست است. سایر گزینه‌ها به سادگی رد می‌شوند. برای رد گزینه یک فرض کنید $A=\{a,b\}, B=\{ab\}$ برای رد گزینه دو فرض کنید $A=\{a\}, B=\{ab\}, C=\{\lambda, b\}$ برای رد گزینه چهار فرض کنید $A=\{a\}, B=\{b\}$.

۲۰- گزینه (۱) صحیح است.

با چند بار استفاده از قواعد اشتقاق S و سپس قواعد اشتقاق S' ، شبه رشته‌هایی به فرم $a^n b^m S'' D^m C^n$ تولید می‌شوند که $n, m > 0$. سپس mn بار از قاعده $DC \rightarrow CD$ استفاده کنیم به شبه رشته‌های $a^n b^m S'' C^n D^m$ می‌رسیم. با به‌کارگیری قاعده $S'' C \rightarrow c$ به شبه رشته $a^n b^m c^n D^m$ می‌رسیم. حالا $n-1$ بار از قاعده $cC \rightarrow cc$ استفاده می‌کنیم شبه رشته‌هایی به شکل $a^n b^m c^n D^m$ حاصل می‌شود در پایان با m بار به‌کارگیری قاعده $D \rightarrow d$ رشته‌هایی به شکل $a^n b^m c^n d^m$ تولید می‌شوند. به طور خلاصه مراحل اشتقاق چنین است:

$$S \xRightarrow{*} a^n b^m S'' D^m C^n \xRightarrow{*} a^n b^m S'' C^n D^m \xRightarrow{*} a^n b^m c^n D^m \xRightarrow{*} a^n b^m c^n d^m \xRightarrow{*} a^n b^m c^n d^m$$

۲۱- گزینه (۳) صحیح است.

باقیمانده تقسیم بر ۳ یکی از ارقام ۰, ۱, ۲ است. شرط $|w| \bmod 3 \geq 1$ به این معناست که $|w| = 3k+1$ یا $|w| = 3k+2$. مجموعه L_4 شامل همه رشته‌های به طول ۳ است پس L_4^* رشته‌های به طول $3k$ را تولید می‌کند پس با الحاق آن در L_2 رشته‌های با طول $3k+1$ و با الحاق آن در L_3 رشته‌های با طول $3k+2$ تولید می‌شوند، در نتیجه:

$$L_1 = L_4^* L_2 \cup L_4^* L_3$$

۲۲- گزینه (۲) صحیح است.

عملگر Unary هر رشته w عضو زبان L را به دنباله‌ای از ۱ به طول $|w|$ تبدیل می‌کند. رشته‌های متعلق به زبان L_1 همگی دارای طول زوج هستند و رشته‌های متعلق به زبان L_2 می‌توانند دارای هر طولی به جز ۰ باشند پس $\text{Unary}(L_1) = (11)^*$ و $\text{Unary}(L_2) = 1^+$.

۲۳- گزینه (۴) صحیح است.

با استفاده از قاعده بازگشتی داده شده تعدادی از رشته‌های عضو زبان را بنویسیم: $\lambda \in L$ پس $b\lambda \in L$ و $a\lambda ab \in L$ به همین ترتیب به صورت بازگشتی چند رشته را تولید کنیم:

$$L = \{\lambda, b, aab, bb, abab, baab, aaabab, \dots\}$$

گزینه ۱ و گزینه ۲ قادر به تولید b نیستند و گزینه ۳ قادر به تولید $baab$ نیست. اما گزینه ۴ شامل تمام این رشته‌هاست. در واقع گزینه ۴ معادل گرامر زیر است:

$$S \rightarrow bS | aSab | \lambda$$

و با زبان داده شده برابر است.

۲۴- گزینه (۱) صحیح است.

ابتدا تعدادی از رشته‌های عضو زبان را به صورت بازگشتی تولید کرده و با استفاده از آنها گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$L = \{\lambda, ab, ba, abab, baab, abba, baba, \dots\}$$

گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ قادر به تولید λ نیستند اما گزینه ۱ معادل گرامر $S \rightarrow aSbS | bSaS | \varepsilon$ است و با زبان داده شده برابر است.

۲۵- گزینه (۲) صحیح است.

دقت کنیم که $L' = (01^+ + 001^+)^*$ است. همه رشته‌های توصیف شده با $01^* 01^+$ در $L' = (01^+ + 001^+)^*$ قرار دارند. به زبان ساده: $(01^+ + 001^+) \subseteq (01^* 01^+)$ از طرفین بستار بگیریم و دقت کنیم که $(A^*)^* = A^*$ پس: $(01^* 01^+)^* \subseteq (01^+ + 001^+)^*$ یعنی $L \subseteq L'$. از طرفی رشته 01 عضو L' است اما عضو L نیست پس $L \neq L'$.

فصل ۲

ماشین های متناهی

۱- آیا می توان هر ماشین متناهی قطعی (DFA) را به DFA ای معادل تبدیل کرد به گونه ای که حالت شروع آن هیچ یال ورودی نداشته باشد؟ (یعنی تنها یال ورودی همان پیکان شروع باشد).

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۲)

(۱) بله همیشه می توان این کار را کرد.

(۲) خیر این کار همیشه امکان پذیر نبوده و بستگی به زبان دارد.

(۳) فقط در صورتی که این کار امکان پذیر است که حالت ورودی طوقه (self-loop) نداشته باشیم.

(۴) فقط در صورتی این کار امکان پذیر است که از حالت پایانی به حالت اولیه یال نداشته باشیم.

۲- تعداد حالات ماشین متناهی قطعی (DFA) کمینه زبان $L = \{a^n b^n \mid n \leq 50\}$ چندتا است؟

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۲)

(۴) 102

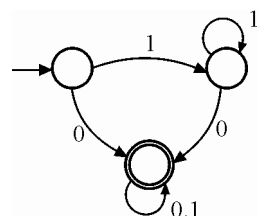
(۳) 100

(۲) 51

(۱) 50

۳- در خصوص پذیرنده متناهی قطعی (DFA) زیر، کدام مورد درست است؟

(مهندسی کامپیوتر - ۹۸)



(۱) زبان این پذیرنده متناهی است.

(۲) DFA ای هم ارز این پذیرنده و با تعداد حالات کمتری وجود دارد.

(۳) این پذیرنده همه رشته هایی از 0 و 1 به طول حداقل 1 را می پذیرد.

(۴) این پذیرنده همه رشته هایی از 0 و 1 به طول حداقل 2 را می پذیرد.

۴- چند پذیرنده متناهی قطعی (DFA) با 2 حالت و الفبای $\{0,1\}$ وجود دارد؟

(مهندسی کامپیوتر - ۹۷)

(۴) 64

(۳) 32

(۲) 26

(۱) 16

۵- یک زبان منظم توسط یک اتوماتون متناهی قطعی D با n حالت و یک اتوماتون متناهی غیرقطعی C با m حالت پذیرفته می شود کدام گزینه درست است؟

(علوم کامپیوتر - ۹۵)

(۱) همواره $n > m$ است.

(۲) اگر D و C هیچ کدام دارای گذر λ نباشد آن گاه $n = m$.

(۳) همواره یک اتوماتون غیرقطعی یا کمتر از n حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

(۴) همواره یک اتوماتون متناهی قطعی با 2^m حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

۶- آیا می توان یک اتوماتون غیرقطعی که بدون گذار λ است و دارای چند حالت پذیرش است را به یک اتوماتون متناهی غیرقطعی بدون گذار λ با یک حالت پذیرش تبدیل کرد؟

(علوم کامپیوتر - ۹۵)

(۱) خیر، فقط می توان متناهی غیرقطعی دارای گذار λ و با یک حالت پذیرش ساخت.

(۲) بله، همیشه می توان این عمل را انجام داد.

(۳) در صورتی می توان این کار را انجام داد که اتوماتون متناهی غیرقطعی اولیه کلمه ی λ را نپذیرد.

(۴) در صورتی می توان این کار را انجام داد که روی حالت های پذیرش Loop وجود نداشته باشد.

۷- اگر $k > 1$ عددی صحیح و ثابت باشد، زبان L بر روی الفبای Σ بدین ترتیب تعریف شده است که هر عضو آن دارای حداقل

k حرف یکسان در انتهای خود باشد. حداقل تعداد حالات اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش L چند است؟ (علوم کامپیوتر - ۹۴)

(۴) $k + |\Sigma| + 1$

(۳) $k + |\Sigma|$

(۲) $k \times |\Sigma| + 1$

(۱) $k \times |\Sigma|$

۸- گراف اتوماتون متناهی زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید که L_i ($i \in \{0,1,2\}$) زبان اتوماتون متناهی یا گراف زیر باشد که

(علوم کامپیوتر - ۹۳)

حالت شروع آن q_i است. مجموعه ی $L_0 \cap L_1 \cap L_2$ کدام است؟

فصل ۳

زبان‌ها و گرامرهای منظم

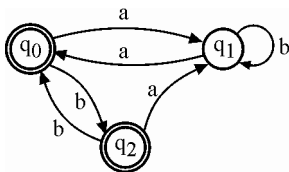
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۴)

۱- زبان کدام یک از عبارت‌های منظم زیر، با بقیه فرق دارد؟

$$(1) (0+\varepsilon)(1+10)^*(0+\varepsilon) \quad (2) (0+\varepsilon)(11+10)^*(0+\varepsilon) \quad (3) (1+01)^*(0+\varepsilon) \quad (4) (0+\varepsilon)(11^*0)^*1^*$$

۲- ماشین متناهی M به شکل زیر، مفروض است. $L(M)$ معادل زبان تعریف شده توسط کدام مورد است؟ (q_0 حالت اولیه است).

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۳)



$$(1) S \rightarrow Sb \mid Ab \mid \varepsilon \\ A \rightarrow Sa \mid Ab$$

$$(2) S \rightarrow Sb \mid aAb \mid \varepsilon \\ A \rightarrow Sa \mid bAa$$

$$(3) S \rightarrow Sb \mid aAaS \mid aAbaS \mid \varepsilon \\ A \rightarrow aS \mid bA$$

$$(4) (aa \mid abab \mid abaab^*a \mid b)^*$$

۳- اگر $L_1 = L(0^*1^*) \subseteq \{0,1\}^*$ و $L_2 = \{w_1w_2 \mid w_2w_1 \in L_1\}$. آنگاه L_2 به وسیله کدام یک از عبارت‌های منظم (regular expression) زیر تعریف می‌شود؟

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۲)

$$(1) 0^*1^*0^*1^* \quad (2) 1^*0^*+0^*1^* \quad (3) 0^*1^*0^* \quad (4) 1^*0^*1^*$$

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۲)

۴- عبارت منظم (regular expression) توصیف‌کننده زبان پذیرنده متناهی زیر کدام است؟

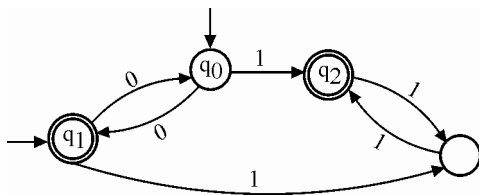
(منظور از ε رشته به طول صفر است.)

$$(1) (00)^*(0+1)(11)^*$$

$$(2) (00)^*(\varepsilon+0+1)(11)^*$$

$$(3) (00)^*(\varepsilon+01)(11)^*$$

$$(4) (00)^*(\varepsilon+0+1+01)(11)^*$$



(مهندسی کامپیوتر - ۹۹)

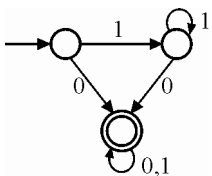
۵- DFA زیر به نام A را در نظر بگیرید، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

a- مکمل $L(A)$ زبانی مستقل از متن است.

$$b- L(A) = L((11^*0+0)(0+1)^*0^*1^*)$$

c- برای زبان پذیرفته شده به وسیله A، یک DFA کمینه است.

d- همه رشته‌های تعریف شده روی $\{0,1\}$ به طول حداقل 2 را می‌پذیرد.



(۴) تنها c و d

(۳) تنها b و d

(۲) تنها b و c

(۱) تنها a و c

(مهندسی کامپیوتر - ۹۸)

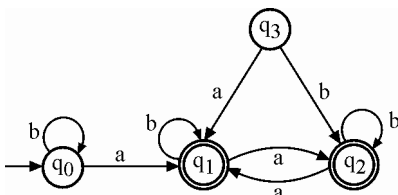
۶- زبان پذیرنده متناهی قطعی (DFA) زیر، توسط کدام عبارت منظم تعریف می‌شود؟

$$(1) (a+b)^*$$

$$(2) b^*a(a+b)^*$$

$$(3) b^*ab^*ab^*$$

$$(4) b^*ab^*ab^*ab^*$$



۷- کدام عبارت منظم بیانگر زبانی منظم است و رشته‌هایی را که با 00 یا 11 شروع یا پایان می‌یابند، می‌پذیرد؟ (مهندسی کامپیوتر - ۹۷)

$$(1) [00(0+1)^*11] + [11(0+1)^*00]$$

$$(2) (00+11)(0+1)^*(00+11)$$

$$(3) [(00+11)(0+1)^+] + [(0+1)^+(00+11)]$$

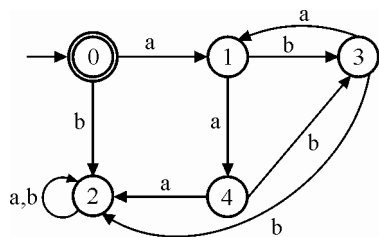
$$(4) [(00+11)(0+1)^*] + [(0+1)^*(00+11)]$$

فصل ۴

ویژگی‌های زبان‌های منظم

- ۱- اگر M یک ماشین حالت متناهی قطعی (DFA) باشد می‌گوییم دو رشته x و y نسبت به M با هم معادلند، هرگاه
- $$(s, x) \xrightarrow[M]{*} q \Leftrightarrow (s, y) \xrightarrow[M]{*} q$$
- نسبت به ماشین زیر کدام است؟

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۰)



(۱) $[aa], [ab], [\varepsilon]$

(۲) $[\varepsilon], [a], [ab], [bb]$

(۳) $[\varepsilon], [a], [ab], [aab], [b]$

(۴) $[b], [aa], [ab], [a], [\varepsilon]$

- ۲- از اتوماتون متناهی قطعی M روی الفبای Σ ، یک اتوماتون غیرقطعی M' به این ترتیب ساخته شده است که مجموعه حالات M' شامل مجموعه حالات M و یک حالت شروع جدید است و گذارهای M' شامل گذارهای M و گذار λ از حالت شروع جدید به تمام حالات M است. در مورد زبان $L(M')$ کدام گزینه درست است؟

(علوم کامپیوتر - ۹۵)

(۲) $L(M') = L(M)$

(۱) $L(M') = \Sigma^*$

(۴) $L(M')$ را نمی‌توان به طور دقیق مشخص کرد.

(۳) $L(M') = \{x : x \in \text{suffix}(w) \text{ for some } w \in L(M)\}$

- ۳- فرض کنید $A \subseteq \{0,1\}^*$ یک زبان منظم و $S \subseteq \{0,1\}^*$ یک مجموعه دلخواه باشد. اگر L_{AS} به صورت زیر تعریف شود، کدام گزینه درباره L_{AS} همواره صحیح است؟
- $$L_{AS} = \{x : (\exists y \in A) xy \in S\}$$

(علوم کامپیوتر - ۹۴)

(۱) منظم است.

(۲) نه مستقل از متن است و نه منظم

(۳) مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی نیست.

(۴) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

- ۴- زبان‌های منظم $L_1 \subseteq \Sigma^*$ و $L_2 \subseteq \Sigma^*$ داده شده‌اند، کدام گزاره درست نیست؟

(علوم کامپیوتر - ۹۲)

(۱) $L_1 \cap L_2$ لزوماً منظم نیست.

(۲) متمم زبان $(L_1 \cap L_2)^*$ مستقل از متن است.

(۳) نگاشت‌های یک به یک $f_i : L_i \rightarrow \Sigma^*$ ($i=1,2$) وجود دارند.

(۴) حتماً زبان مستقل از متن L_3 وجود دارد به طوری که $L_1 \cap L_2 \subseteq L_3$

- ۵- زبان داده شده $L = \{a^m b^n c^k : m, n, k \in \mathbb{N}; m > 5; \exists t \in \mathbb{N} (n+k=2t)\}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

(علوم کامپیوتر - ۹۲)

(۱) زبان L مستقل از متن نیست.

(۲) متمم زبان L مستقل از متن است.

(۳) با لم تزریق می‌توان نشان داد که زبان L منظم نیست.

(۴) هیچ گرامری برای تولید متمم زبان L وجود ندارد.

- ۶- می‌گوییم دو رشته x و y نسبت به زبان L هم‌ارزند، اگر برای هر $z \in L^*$ داشته باشیم $yz \in L \Leftrightarrow xz \in L$ اکنون زبان $L = (ab \cup aab)^*$ را در نظر بگیرید، کلاس‌های هم‌ارزی L کدام‌ها هستند؟

(مهندسی کامپیوتر - ۹۱)

(۱) $[b], [a], [\varepsilon]$

(۲) $[b], [aab], [ab]$

(۳) $[b], [aa], [a], [\varepsilon]$

(۴) $[aab], [ab], [a], [\varepsilon]$

- ۷- زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ را جایگشتی می‌گوییم هرگاه یک اتوماتون قطعی متناهی M موجود باشد به طوری که هر رشته $x \in \{0,1\}^*$ عضو L است اگر و تنها اگر اتوماتون M جایگشتی از رشته x را بپذیرد. کدام گزینه درست است؟

(علوم کامپیوتر - ۹۱)

فصل ۵

زبان‌های مستقل از متن

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۴)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A0 \mid SI \mid 1 \\ A &\rightarrow IS \mid 1A \mid 0 \end{aligned}$$

۱- در خصوص گرامر مستقل از متن زیر، کدام مورد درست است؟

(۱) گرامر در تولید رشته 1111 ابهام دارد.

(۲) گرامر در تولید رشته 1101 ابهام دارد.

(۳) گرامر در تولید رشته 1110 ابهام دارد.

(۴) این گرامر مبهم نیست.

۲- الفبای $A = \{a, b\}$ را در نظر بگیرید. زبان L شامل تمامی عبارات منظمی است که از الفبای A قابل ساخت هستند. کدام گزینه صحیح است؟

(مهندسی کامپیوتر - ۹۹)

(۲) زبان L هم منظم و هم مستقل از متن است.

(۴) زبان L مستقل از متن است اما منظم نیست.

(۱) زبان L منظم و مستقل از متن است.

(۳) زبان L منظم است اما مستقل از متن نیست.

۳- گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} G : A &\rightarrow DAD \mid B \\ B &\rightarrow 0C1 \mid 1C0 \\ C &\rightarrow DCD \mid D \mid \varepsilon \\ D &\rightarrow 0 \mid 1 \end{aligned}$$

(مهندسی کامپیوتر - ۹۹)

زبانی که گرامر فوق تولید می‌کند، کدام است؟

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega \neq \omega^R\} \quad (۲)$$

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega \neq \phi.\phi^R\} \quad (۴)$$

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega = \omega^R\} \quad (۱)$$

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega = \phi.\phi^R\} \quad (۳)$$

(مهندسی کامپیوتر - ۹۷)

$$\begin{aligned} G : S &\rightarrow aB \mid bA \\ A &\rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B &\rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{aligned}$$

۴- زبان گرامر مستقل از متن زیر کدام است؟

(۱) شامل رشته‌هایی که دارای تعداد a ها و b های برابر هستند.

(۲) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a های زوج و تعداد b های فرد هستند.

(۳) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a های فرد و تعداد b های زوج هستند.

(۴) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a های زوج و تعداد b های زوج هستند.

(مهندسی کامپیوتر - ۹۴)

۵- کدام زبان ذاتاً مبهم است؟

$$L = \{a^n b^{2n} c : n \geq 0\} \cup \{a^{2n} b^n d : n \geq 0\} \quad (۱)$$

$$L = \{a^n b^m c^p : n \neq m\} \cup \{a^n b^m c^p : m \neq p\} \quad (۲)$$

$$L = \{a^n b a^{2n} : n \geq 0\} \cup \{a^{2n} b a^n : n \geq 0\} \quad (۳)$$

$$L = \{w : w \in \{a,b\}^* \text{ را ندارد: } w \text{ زیررشته } abab\} \cup \{w : w \in \{a,b\}^* \text{ را ندارد: } w \text{ زیررشته } baba\} \quad (۴)$$

۶- فرض کنید زبان گرامر $G = (\{a,b\}, V, S, P)$ برابر با تمام رشته‌هایی از $\{a,b\}^*$ باشد که تعداد حروف a و b آن‌ها برابر است.

گرامر $G' = (\{a,b\}, V \cup \{S', A\}, P \cup P')$ برای زبان تمام رشته‌هایی که تعداد حروف a از b بیشتر باشد را در نظر بگیرید که

(علوم کامپیوتر - ۹۵)

$A \notin V$. کدام گزینه در مورد قواعد P' صحیح است؟

$$P' = \{S' \rightarrow SAS \mid SS' \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (۲)$$

$$P' = \{S' \rightarrow SAS' \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (۴)$$

$$P' = \{S' \rightarrow AS'A \mid SS' \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (۱)$$

$$P' = \{S' \rightarrow ASS' \mid SS'A \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (۳)$$

فصل ۶

ساده‌سازی گرامرهای مستقل از متن

۱- در گرامر $G = (\Sigma, V, S, P)$ تمام قواعد آن به صورت $A \rightarrow a\alpha$ است که $A \in V, a \in \Sigma$ و $\alpha \in \{\Sigma \cup V\}^*$ کدام گزینه صحیح است؟
(علوم کامپیوتر - ۹۵)

(۱) زبان‌های این نوع گرامرها زیرمجموعه اکیدی از زبان‌های مستقل از متن هستند.

(۲) اگر $|\alpha| > 1$ آن‌گاه زبان گرامر G منظم نیست.

(۳) زبان $L = \{wa : w \in \Sigma^*, a \in \Sigma\}$ دارای گرامری به شکل G نیست.

(۴) اگر $|\alpha| \leq 2$ و α شامل حداکثر یک متغیر باشد، آن‌گاه زبان G منظم است.

۲- زبان ناتهی و مستقل از متن L با گرامر $G = (V, \Sigma, S, P)$ به فرم نرمال چامسکی توصیف می‌شود که در آن V مجموعه متغیرها (سمبل‌های غیرپایانی) و P مجموعه قوانین است. آن‌گاه بهترین کران بالا برای طول کوتاه‌ترین عضو L کدام است؟
(علوم کامپیوتر - ۹۳)

$$2^{|P|+|V|} \quad (۴)$$

$$2^{|V|+1} \quad (۳)$$

$$2^{|P|+1} \quad (۲)$$

$$2^{|P|-1} \quad (۱)$$

۳- گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$G : \begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow 0S110 \\ S \rightarrow SX \\ X \rightarrow 011X \\ X \rightarrow \lambda \end{cases}$$

(علوم کامپیوتر - ۹۳)

کدام گزینه صحیح است؟

(۱) در هر گرامر G' معادل G متغیر Y که متغیر شروع نیست وجود دارد طوری که $Y \rightarrow \lambda$.

(۲) در هر گرامر G' معادل G با متغیر شروع S' باید یک قانون به صورت $S' \rightarrow \lambda$ موجود باشد.

(۳) گرامر $G' = (V, \{0,1\}, S', P)$ معادل G وجود دارد که در آن برای هیچ متغیری مثل X نمی‌توان داشت $X \Rightarrow^* X\alpha$ که $\alpha \in (V \cup \{0,1\})^*$.

(۴) در هر گرامر G' معادل G با متغیر شروع S' حتماً می‌توان داشت $S' \Rightarrow^* S'\alpha$ شامل سمبل‌های پایانی و غیرپایانی است.

۴- گرامر $G = \langle S, V = \{S, X, Y\}, R, \{0,1\} \rangle$ را با قوانین تولید زیر در نظر بگیرید:

$$R : \begin{cases} S \rightarrow 0X1 \mid \lambda \\ 0X \rightarrow Y \\ Y \rightarrow \lambda \mid Y1 \end{cases}$$

(علوم کامپیوتر - ۹۱)

کدام گزینه درست است؟

(۱) G یک گرامر مستقل از متن است.

(۲) G به فرم نرمال چامسکی است.

(۳) یک λ -NFA وجود دارد که زبان آن با زبان G برابر است.

(۴) هر گرامر دلخواه برای بیان زبان گرامر G ، دارای حداقل ۲ متغیر و ۲ قانون است.

۵- گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} E &\rightarrow T \mid E + T \\ I &\rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\ F &\rightarrow I \mid (E) \\ T &\rightarrow F \mid T * F \end{aligned}$$

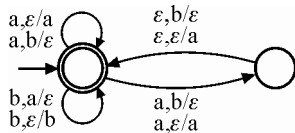
(علوم کامپیوتر - ۸۹)

کدام گزینه صحیح است؟

فصل ۷

ماشین‌های پشته‌ای

- ۱- زبان پذیرفته شده توسط پذیرنده پشته‌ای (PDA) روبه‌رو، کدام گزینه است؟ $N_a(w)$ تعداد حرف a در رشته w را مشخص می‌کند. (مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۱)



$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_b(w) \leq N_a(w) \leq 3N_b(w)\} \quad (۱)$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_a(w) \leq N_b(w) \leq 3N_a(w)\} \quad (۲)$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_b(w) \leq N_a(w) \leq 2N_b(w)\} \quad (۳)$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_a(w) \leq N_b(w) \leq 2N_a(w)\} \quad (۴)$$

- ۲- در خصوص زبان $L = \{a^n b^n a^m b^m : n \geq 5, m \geq 10\}$ کدام مورد درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - ۹۹)
- (۱) زبانی مستقل از متن نمی‌باشد.
 - (۲) یک زبان مستقل از متن مبهم است.
 - (۳) یک زبان مستقل از متن قطعی است.
 - (۴) یک زبان مستقل از متن غیر قطعی است.

- ۳- کدام گزینه درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - ۹۵)

$$L_1 = \{a^n c b^n\} \cup \{a^m d b^{2m}\}$$

$$L_2 = \{a^{2n} c b^{2m+1}\} \cup \{a^{2m+1} d b^{2n}\}$$

$$(۲) \quad L_1 \cap L_2 \text{ مستقل از متن نیست.}$$

$$(۱) \quad L_1 \cap L_2 \text{ یک زبان منظم است.}$$

$$(۴) \quad L_1 \cap L_2 \text{ یک زبان مستقل از متن قطعی است و منظم نیست.}$$

$$(۳) \quad L_1 \cap L_2 \text{ یک زبان مستقل از متن غیرقطعی است.}$$

- ۴- کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - ۹۵)

(۱) برای هر اتوماتون پشته‌ای قطعی یک اتوماتون متناهی غیرقطعی معادل وجود دارد.

(۲) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از یک مقدار ثابت کوچک‌تر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.

(۳) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچک‌تر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.

(۴) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچک‌تر باشد، یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.

- ۵- اگر در ماشین پشته‌ای (PDA) داده شده، برای هر ورودی هیچ‌گاه نمادی از روی پشته حذف نشود، زبان پذیرش با حالات نهایی این ماشین، (علوم کامپیوتر - ۹۴)

(۲) نامنظم است ولی مستقل از متن قطعی است.

(۱) مستقل از متن نیست.

(۴) منظم است.

(۳) مستقل از متن قطعی نیست ولی مستقل از متن است.

- ۶- کدام یک از زبان‌های زیر توسط، یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) قابل پذیرش است؟ (علوم کامپیوتر - ۹۴)

(۱) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که هر عضو آن به صورت xx است.

(۲) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول فرد است.

(۳) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که شامل پرانتزهای متوازن است.

(۴) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول زوج است.

- ۷- کدام یک از موارد زیر درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - ۹۳)

(۱) هر گرامر خطی، گرامر منظم است.

(۲) هر زبان خطی مستقل از متن قطعی است.

(۳) هر زبان مستقل از متن غیرقطعی، ذاتاً مبهم است.

(۴) هیچ زبان منظمی نمی‌تواند غیرقطعی و یا ذاتاً مبهم باشد.

فصل ۸

خصوصیات بستاری زبان‌های مستقل از متن

۱- فرض کنیم L_1 ، L_2 و L_3 سه زبان مستقل از متن دلخواه باشند. آنگاه کدام مورد زیر درست است؟ (منظور از L' متمم مجموعه‌ای L است.)
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۴)

- (۱) زبان $L_1.(L_2 \cup L_3)$ حتماً مستقل از متن است.
(۲) زبان $L_1.(L_2 \cup L_3)$ حتماً مستقل از متن نیست.
(۳) زبان $L'_1.(L_2 \cup L_3)$ حتماً مستقل از متن است.
(۴) زبان $L'_1.(L_2 \cup L_3)$ حتماً مستقل از متن نیست.

۲- کدام یک از مسائل زیر، در مورد یک اتوماتون پشته‌ای غیرقطعی (NPDA) دلخواه به نام M ، تصمیم‌پذیر (decidable) است؟
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۴)

(۱) زبان اتوماتون M ، توسط یک گرامر مستقل از متن نامبهم تشخیص داده می‌شود.
(۲) زبان اتوماتون M ، برابر زبان یک گرامر مستقل از متن دلخواه است.
(۳) زبان اتوماتون M ، دارای بی‌نهایت رشته است.
(۴) زبان اتوماتون M ، برابر Σ^* است.

۳- کدام یک از زبان‌های زیر، منظم است؟
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۴)

(۱) $L = \{a^n b^m c^n d^{2n} \mid 3n + m > 5, n, m, k, t > 0\}$
(۲) $L = \{a^n b^t c^k d^t \mid n + 2t + k > 5, n, m, k, t > 0\}$
(۳) $L = \{a^n b^m c^k d^t \mid n + m + k + t > 5, n, m, k, t > 0\}$
(۴) $L = \{a^n b^m c^k d^m \mid n + 2m + k > 5, n, m, k, t > 0\}$

۴- کدام مورد، درست است؟
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۳)

(۱) الگوریتم پویش (parsing) برای زبان‌های مستقل از متن، همیشه از مرتبه نمایی است و به فرم گرامر وابسته نیست.
(۲) اگر گرامر یک زبان مستقل از متن، به فرم نرمال چامسکی باشد، آنگاه می‌توان الگوریتم پویش (Parsing) با مرتبه خطی از طول رشته‌های آن زبان داشت.
(۳) اگر گرامر یک زبان مستقل از متن، گرامری ساده (s-grammar) باشد، آنگاه می‌توان الگوریتم پویش (parsing) با مرتبه خطی از طول رشته‌های آن زبان داشت.
(۴) اگر قوانین لامبدا (اپسیلون) (λ -Productions) را از یک گرامر یک زبان مستقل از متن حذف کنیم، آنگاه می‌توان الگوریتم پویش (parsing) با مرتبه خطی از طول رشته‌های آن زبان داشت.

۵- کدام مورد، زبان تولید شده توسط گرامر زیر را توصیف می‌کند؟
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۳)

$$S \rightarrow aSc \mid aS \mid A$$

$$A \rightarrow bAcc \mid bA \mid bAc \mid \varepsilon$$

$$\{a^m b^n c^p \mid m + 2n \geq p\} \quad (۲)$$

$$\{a^m b^n c^p \mid 2m + 2n \geq p\} \quad (۴)$$

$$\{a^m b^n c^p \mid 2m + 2n \geq p\} \quad (۱)$$

$$\{a^m b^n c^p \mid m + n > p\} \quad (۳)$$

۶- به ازای دو عدد صحیح و ثابت $r > 0$ و $q > 0$ کدام یک از زبان‌های زیر مستقل از متن (context-free) بوده ولی منظم (regular) نیست؟
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۲)

$$L = \{1^{mq+r} 0^{mr} \mid m \geq 0\} \quad (۲)$$

$$L = \{1^{mq+r} 0^{qr} \mid m \geq 0\} \quad (۴)$$

$$L = \{1^{mq^2+rm} \mid m \geq 0\} \quad (۱)$$

$$L = \{1^{mq^2+r} 0^{q^2} \mid m \geq 0\} \quad (۳)$$

۷- فرض کنید L_1 و L_2 زبان‌های مستقل از متن و R زبانی منظم باشند، کدام گزینه لزوماً زبانی مستقل از متن نخواهد بود؟
(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۱)

$$L_1 L_2 \quad (۴)$$

$$L_1 - R \quad (۳)$$

$$R - L_2 \quad (۲)$$

$$L_1 \cup L_2 \quad (۱)$$

فصل ۹

ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۳)

۱- کدام یک از زبان‌های زیر، مستقل از متن نیست؟

- (۱) $L = \{a^t b^t c^{2t} \mid t > 0\}$
 (۲) $L = \{a^t b^{t+m} c^m \mid t, m > 0\}$
 (۳) $L = \{a^t b^m c^{t+m} \mid t, m > 0\}$
 (۴) $L = \{a^t b^{t-m} c^m \mid t > m > 0\}$

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۱)

۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) هر زبان تشخیص‌ناپذیر تورینگ، تصمیم‌ناپذیر است.
 (ب) مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا، یک مجموعه شمارای نامتناهی است.
 (ج) مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا، یک مجموعه شمارای نامتناهی است.
 (د) هر زبان نامتناهی تشخیص‌پذیر تورینگ، یک زیرمجموعه نامتناهی تصمیم‌پذیر دارد.
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۰)

۳- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا ناشمارا است.
 (۲) مجموعه تمام زبان‌های تصمیم‌ناپذیر روی یک الفبا ناشمارا است.
 (۳) مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا ناشمارا است.
 (۴) مجموعه تمام زبان‌های نامنظم روی یک الفبا شمارا است.

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۰)

۴- از میان چهار جمله زیر، چه تعداد از آن‌ها صحیح است؟

- (الف) اشتراک دو زبان بازگشتی، لزوماً یک زبان بازگشتی است.
 (ب) اگر $h(L)$ (تصویر همومورفیک L) منظم باشد می‌توان نتیجه گرفت خود L نیز منظم است.
 (ج) اجتماع دو زبان مستقل از متن قطعی، خود یک زبان مستقل از متن قطعی است.
 (د) زبان‌ها شمارش‌پذیر بازگشتی تحت عملیات مکمل‌گیری بسته هستند.
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

(مهندسی کامپیوتر - ۹۹)

۵- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا شمارا است.
 (۲) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا ناشمارا است.
 (۳) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا شمارا است.
 (۴) مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا ناشمارا است.

(مهندسی کامپیوتر - ۹۸)

۶- درخصوص زبان $L = \{a^n d^m b^n d^k c^n : m, n, k \geq 1\}$ ، کدام مورد درست است؟

- (۱) L منظم است.
 (۲) L مستقل از متن است و منظم نیست.
 (۳) L حساس به متن است و مستقل از متن نیست.
 (۴) L یک زبان با گرامر بدون محدودیت است و حساس به متن نیست.

۷- اگر مجموعه زبان‌های پذیرفته شده به وسیله مدل‌های A کاملاً بزرگ‌تر از مجموعه زبان‌های پذیرفته شده به وسیله مدل‌های B باشد، می‌گوییم مدل‌های محاسباتی A قوی‌تر از مدل‌های محاسباتی B هستند. اکنون فرض کنید یک $K-PDA$ نمایانگر یک خودکاره (آتوماتون) پوش‌دان با k نوار پشته باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(مهندسی کامپیوتر - ۹۶)

- (۱) $1-PDA$ ها تنها مجموعه زبان‌های تصمیم‌پذیر را می‌پذیرند.

فصل ۱۰

تصمیم‌ناپذیری و کاهش‌پذیری

(مهندسی کامپیوتر - ۱۴۰۳)

۱- کدام مورد، درست است؟

- (۱) زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی، نسبت به عمل مکمل بسته‌اند.
- (۲) تعداد ماشین‌های تورینگ غیرهم‌ارز، برابر با تعداد زبان‌هاست.
- (۳) تمام زبان‌های پذیرفته شده توسط ماشین تورینگ، شمارش‌پذیر بازگشتی هستند.
- (۴) به ازای تمام زبان‌هایی که ماشین تورینگ پذیرنده دارند، می‌توان الگوریتم عضویت پیشنهاد داد.

(مهندسی کامپیوتر - ۹۹)

۲- کدام یک از مسائل زیر تصمیم‌ناپذیر است؟

- (۱) این که تعیین کنیم آیا یک گرامر مستقل از متن مبهم است یا خیر.
- (۲) این که تعیین کنیم آیا زبان یک گرامر مستقل از متن متناهی است یا خیر.
- (۳) این که تعیین کنیم آیا زبان یک گرامر مستقل از متن تهی است یا خیر.
- (۴) این که تعیین کنیم آیا یک رشته به وسیله یک گرامر مستقل از متن پذیرفته می‌شود یا خیر.

(مهندسی کامپیوتر - ۹۷)

۳- با توجه به تعریف گزاره‌های P و Q، کدام مورد درست است؟

P به ازای هر گرامر مستقل از متن، الگوریتمی وجود دارد که بتوان گفت آیا زبان تولید شده به وسیله آن گرامر نامتناهی است یا خیر.

Q به ازای هر دو گرامر مستقل از متن، الگوریتمی وجود دارد که بتوان گفت آیا آن دو گرامر زبان مشترکی تولید می‌کنند یا خیر.

- (۱) P درست، Q درست (۲) P نادرست، Q نادرست (۳) P درست، Q نادرست (۴) P نادرست، Q درست

۴- یک ماشین تورینگ یک نواره قطعی را یک خودکاره با محدودیت خطی می‌گوییم اگر به ازای هر رشته ورودی w، اجرای

ماشین حداکثر همان محدوده‌ای از نوار را به وسیله w اشغال شده بود مورد استفاده قرار دهد. فرض کنید زبان این ماشین L

و طول ورودی آن $|w| = n$ باشد. آنگاه این مسأله که آیا w متعلق به زبان L است یا خیر؟

(مهندسی کامپیوتر - ۹۶)

(۱) در بدترین حالت دارای پیچیدگی زمانی چند جمله‌ای نمی‌باشد.

(۲) برای این مسأله در حالت کلی اصلاً الگوریتمی وجود ندارد.

(۳) در بدترین حالت دارای پیچیدگی زمانی $O(n^3)$ است.

(۴) در بدترین حالت دارای پیچیدگی زمانی $O(n)$ است.

۵- اگر N یک مدل محاسباتی دلخواه و $\langle \cdot \rangle$ نمایش کدینگ ماشین‌های از نوع N باشد، تعریف می‌کنیم:

$L_N \triangleq \{ \langle M \rangle \mid M \text{ ماشینی از نوع } N \text{ است که هیچ کلمه‌ای به طول فرد را نمی‌پذیرد} \}$

(علوم کامپیوتر - ۹۵)

در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(۱) برای هر مدل محاسباتی N، زبان L_N تصمیم‌پذیر است.

(۲) اگر N مدل تورینگ قطعی باشد، آنگاه L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

(۳) اگر N مدل PDA (آتوماتون پشته‌ای) باشد، آنگاه L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

(۴) فقط وقتی N مدل FA (آتوماتون متناهی) باشد، L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

(علوم کامپیوتر - ۹۴)

۶- G یک گرامر مستقل از متن است، کدام عبارت نادرست است؟

(۱) الگوریتمی وجود دارد که می‌گوید آیا $\overline{L(G)}$ (مکمل زبان گرامر G) تهی هست یا خیر.

(۲) الگوریتمی وجود دارد که می‌گوید آیا $(L(G))^R$ (معکوس زبان گرامر G) متناهی هست یا خیر.

(۳) الگوریتمی وجود دارد که می‌گوید آیا $L(G)$ متناهی هست یا خیر.

(۴) الگوریتمی وجود دارد که می‌گوید آیا $(L(G))^*$ تهی است یا خیر.